

Основные понятия теории уравнений и неравенств

Уравнение – равенство, содержащее в себе переменную, значение которой требуется найти.

Корень (решение) уравнения – это значение переменной, при котором уравнение обращается в верное числовое равенство.

Решить уравнение - найти его корни или доказать, что корней нет.

Неравенство – два числа или математических выражения, соединенных одним из знаков: $<$, $>$, \leq , \geq .

Основные свойства уравнений:

- любой член уравнения можно перенести из одной части в другую, изменив его знак на противоположный;

- обе части уравнения можно умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю.

Решение неравенства – то значение неизвестного, при котором это неравенство обращается в верное числовое неравенство.

Решить неравенство – найти все его решения или установить, что их нет.[9]

Описание методов решения уравнений и неравенств

1) Метод разложения на множители

Для разложения на множители используют формулы сокращённого умножения (ФСУ), вынесение общего множителя за скобку, способ группировки, деление многочлена на многочлен.

Суть данного метода в том, чтобы путем равносильных преобразований представить левую часть исходного уравнения, содержащую неизвестную величину в какой-либо степени, в виде произведения двух выражений, содержащих неизвестную величину в меньшей степени. При этом справа от знака равенства должен оказаться ноль.

2) Метод замены переменной.

Цель данного метода в том, чтобы удачным образом заменить сложное выражение, содержащее неизвестную величину, новой переменной, в результате чего уравнение принимает более простой вид. Далее полученное уравнение решается относительно новой переменной, после чего происходит возврат к исходной переменной.

3) Метод решения уравнений с помощью теоремы Виета.

Не ко всем квадратным уравнениям имеет смысл использовать эту теорему. Применять теорему Виета имеет смысл только к приведённым квадратным уравнениям.

Приведенное квадратное уравнение – это уравнение, в котором старший коэффициент « $a = 1$ ». В общем виде приведенное квадратное уравнение выглядит следующим образом: $x^2 + px + q = 0$. разница с обычным общим видом квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ в том, что в приведённом уравнении $x^2 + px + q = 0$ коэффициент $a = 1$.

Теорема Виета для приведённых квадратных уравнений « $x^2 + px + q = 0$ » гласит что справедливо следующее:

$$x_1 + x_2 = -p, x_1 \cdot x_2 = q, \text{ где } x_1 \text{ и } x_2 \text{ — корни этого уравнения. [7]}$$

Описание нестандартных методов решения алгебраических уравнений и неравенств

1) Метод рационализации.

Алгоритм решения уравнений и неравенств методом рационализации:

- нахождение ОДЗ уравнения/неравенства;
- привести данное неравенство к стандартному виду: слева дробь (или произведение), справа – ноль;
- заменить выражения левой части на более простые, эквивалентные им по знаку;
- решить полученное неравенство, например, методом интервалов.

2) Учёт ОДЗ(область допустимых значений)

Иногда знание ОДЗ позволяет доказать, что уравнение (или неравенство) не имеет решений, а иногда позволяет найти решение уравнения (или неравенства) непосредственно подстановкой чисел из ОДЗ.

Алгоритм решения уравнений и неравенств методом учёта ОДЗ:

- найти ОДЗ уравнения/неравенства;
- подставить значение ОДЗ в исходное уравнение/неравенство, чтобы проверить, является ли оно корнем.

3) Использование графиков.

При решении уравнений и неравенств иногда полезно рассмотреть эскиз графиков их правой и левой частей. Тогда этот эскиз графиков поможет выяснить, на какие множества надо разбить числовую ось, чтобы на каждом из них решение уравнения (или неравенства) было очевидно.

Обратим внимание, что эскиз графика лишь помогает найти решение, но писать, что из графика следует ответ, нельзя, ответ ещё надо обосновать.

Алгоритм решения уравнений и неравенств с помощью использования графиков:

- определить ОДЗ уравнения/неравенства;

- представить левую и правую части уравнения/неравенства как функции и построить их графики;

- по графику определить решение уравнения/неравенства;

- доказать справедливость ответа.

4) Метод мажорант также называют методом оценки левой и правой частей, входящих в уравнения и неравенства.

Мажорантой данной функции $f(x)$ на множестве P , называется такое число M что либо $f(x) \leq M$ для всех $x \in P$, либо $f(x) \geq M$ для всех $x \in P$.

Мажоранты многих элементарных функции известны.

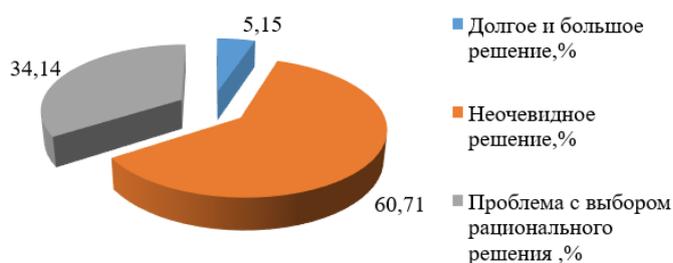
Их нетрудно указать, зная область значений функции.

Алгоритм решения указанного метода состоит из следующих шагов:

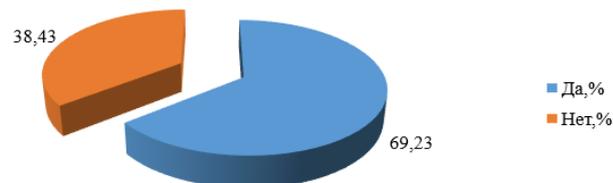
- 1) Оценить левую часть уравнения/неравенства.
- 2) Оценить правую часть.
- 3) Составить систему уравнений/неравенств.
- 4) Решить систему и сделать вывод.

Опрос школьников на предмет проблем в решении уравнений и неравенств

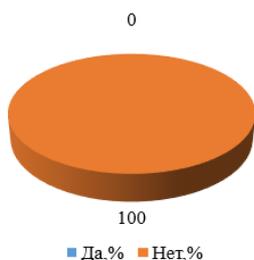
С какой проблемой вы сталкиваетесь при решении уравнений и неравенств?



Возникают ли у вас трудности с решением уравнений и неравенств?



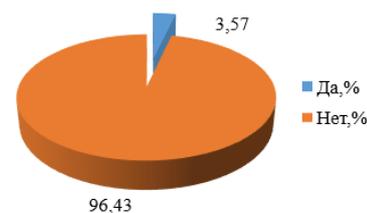
Пользуетесь ли вы нейросетью при решении уравнений и неравенств?



В каком формате вам было бы интересно практиковаться в данной теме?



Применяете ли вы различные обучающие интернет-ресурсы для решения уравнений и неравенств?

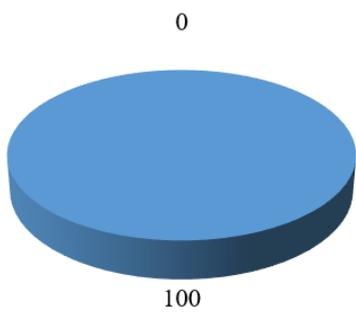


Наиболее популярные онлайн тренажеры для решения уравнений и
неравенств

№ п/п	Виды уравнений и неравенств	Электронные ресурсы
1	Методы решения тригонометрических уравнений	https://resh.edu.ru/subject/lesson/6320/main/200024/
2	Уравнения и неравенства с двумя переменными	https://resh.edu.ru/subject/lesson/6321/main/199993/
3	Уравнение касательной	https://infourok.ru/videouroki/1213
4	Уравнение $\cos x = a$	https://resh.edu.ru/subject/lesson/6317/main/199685/
5	Уравнение $\sin x = a$	https://resh.edu.ru/subject/lesson/4736/main/199746/
6	Уравнение $\operatorname{tg} x = a$	https://resh.edu.ru/subject/lesson/4737/main/199808/
7	Решение уравнений, неравенств и их систем	https://interneturok.ru/lesson/algebra/11-klass/bzadachi-iz-egeb/urok-15-reshenie-uravneniy-i-neravenstv-i-ih-sistem-praktika/trainers?ysclid=lryqi1lww326915465
8	Квадратные уравнения	https://obrazavr.ru/trenazhyory/matematisheskie-trenazhyory/uravneniya/kvadratnye-uravneniya/?ysclid=lryqk9a0ro569471499
9	Алгебра, Числовые неравенства	https://skills4u.ru/school/algebra/chislovye-neravenstva/
10	Упражнения. Показательные уравнения	https://ru.onlinemschool.com/math/practice/equation/exponential_equation/

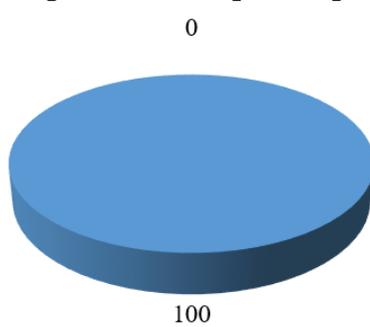
Апробация продукта

Соответствует ли созданный продукт заявленной теме?



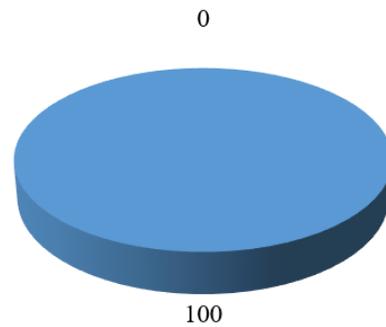
■ Да,% ■ Нет,%

Понятна ли вам информация, которая представлена в презентации-тренажере?



■ Да,% ■ Нет,%

Оказался ли данный продукт полезным для вас?



■ Да,% ■ Нет,%