

**Онлайн -помощь школьникам!**

**Без посредников!**

**Без предоплаты!**

**<http://diplomstudent.net/>**

# Городской конкурс исследовательских работ

## Нестандартные методы решения уравнений и неравенств

Автор проекта: \_\_\_\_\_,  
муниципальное бюджетное  
образовательное  
учреждение лицей №1,  
10 а класс

Научный руководитель:  
\_\_\_\_\_,  
учитель математики,  
муниципальное  
бюджетное образовательное  
учреждение лицей №1

## Оглавление

I. Введение.....	5
II. Основная часть.....	7
2.1. Основные понятия теории уравнений и неравенств.....	7
2.2. Методы решения уравнений и неравенств .....	7
2.3. Нестандартные методы решения алгебраических уравнений и неравенств..	10
2.4. Нейросеть- как инновация в решении уравнений и неравенств по математике .....	13
2.5. Опрос школьников на предмет проблем в решении уравнений и неравенств	13
2.6. Разработка тренажера «Нестандартные методы решения уравнений и неравенств» .....	14
2.7. Нейросеть «01Математика»-как наиболее удобный .....	14
формат для обучения .....	14
2.8. Апробация продукта .....	15
III. Заключение .....	16
IV. Список литературы .....	17
Приложения .....	18

## **Аннотация**

Структурно- исследовательская работа состоит из введения, основной части, заключения, списка использованных источников. В работе были исследованы нестандартные методы решения уравнений и неравенств. Представленный опрос школьников 9-11 классов показал, что многие испытывают трудности при решении уравнений и неравенств, лишь немногие применяют нейросети и интернет-ресурсы для подготовки к экзаменам и решению математических уравнений и неравенств. Приоритет работы в ее практической значимости, что дает широкие возможности для успешной подготовки к государственной итоговой аттестации.

# **І.Введение**

## **Актуальность**

Для того, чтобы успешно подготовиться к сдаче единого государственного экзамена (ЕГЭ) необходимо достаточное количество времени, которого, как правило, не хватает. На помощь могут прийти новые методы решения уравнений и неравенств, которые способствуют быстрому выполнению математических заданий.

**Объектом исследования** являются школьники 9-11 классов лицея № 1 города Сургут. **Предмет исследования:** стандартные и нестандартные методы решения уравнений и неравенств.

**Гипотеза:** нестандартные методы решения уравнений и неравенств, повысят качество подготовки к экзаменам.

**Цель исследования:** изучить новые методы решения уравнений и неравенств. Для достижения указанной цели, необходимо решить следующие задачи:

- изучить теоретические аспекты стандартных и нестандартных методов решения уравнений и неравенств;
- провести опрос школьников на предмет изучения методов решений уравнений и неравенств;
- разработать тренажер для наилучшего обучения решения уравнений и неравенств в математике, в том числе и при подготовке к ЕГЭ;
- апробировать тренажер и провести опрос школьников об эффективности продукта.

**Методами исследования** являются: анализ, обобщение, синтез, классификация, систематизация, сравнение.

**Практическая значимость** исследования заключается в том, что разработанный продукт может быть использован школьниками на практике при подготовке к ЕГЭ.

**Социальная значимость:** проект позволит школьникам 9-11 классов осуществлять подготовку к государственной итоговой аттестации.

## II. Основная часть

### 2.1. Основные понятия теории уравнений и неравенств

Основными понятиями теории уравнений и неравенств являются: уравнение, корень уравнения, решить уравнение, неравенство, решение неравенства, решить неравенство. Многие словосочетания говорят сами за себя (Приложение 1).

### 2.2. Методы решения уравнений и неравенств

Наиболее известными стандартными методами решения уравнений и неравенств являются: метод разложения на множители, метод замены переменной, метод решения уравнений с помощью теоремы Виета (Приложение 2). Рассмотрим примеры решения по перечисленным выше методам.

#### 1) Метод разложения на множители.

Пример 1:

*Решить уравнение  $x^3 - 3x - 2 = 0$*

Решение:

$$x^3 + x^2 - x^2 - x - 2x - 2 = 0;$$

$$(x^3 + x^2) - (x^2 + x) - 2(x + 1) = 0;$$

$$x^2(x + 1) - x(x + 1) - 2(x + 1) = 0;$$

$$(x + 1)(x^2 - x - 2) = 0;$$

$$(x + 1)(x + 1)(x - 2) = 0;$$

$$(x + 1)^2(x - 2) = 0;$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

**Ответ: -1; 2.**

Пример 2:

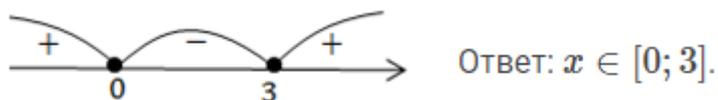
*Решить неравенство:*

$$20x - 64 \cdot 5x - 4x + 64 \leq 0$$

Запишем исходное неравенство в виде:

$$5^x \cdot 4^x - 64 \cdot 5^x - 4^x + 64 \leq 0$$

$$5^x \cdot (4^x - 64) - (4^x - 64) \leq 0 \Leftrightarrow (5^x - 1)(4^x - 64) \leq 0, \\ (5^x - 5^0)(4^x - 4^3) \leq 0$$



## 2) Метод замены переменной.

### Пример 1:

*Решить уравнение:*

$$(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) = 12;$$

можно обозначить  $(x^2 + 2x)$  за  $t$ . Тогда

исходное уравнение принимает вид:

$$(t + 1)(t + 2) = 12;$$

$$t_1 = 2 \Rightarrow x^2 + x = 2 \quad t_2 = -5 \Rightarrow x^2 + x = -5;$$

$$\text{Ответ: } x_1 = 1, \quad x_2 = -2.$$

### Пример 2:

*Решить неравенство:*

$$\left(\frac{10}{5x-21} + \frac{5x-21}{10}\right)^2 \leq \frac{25}{4};$$

Сделаем замену:

$$t = \frac{10}{5x-21};$$

Тогда

$$\frac{1}{t} = \frac{5x-21}{10};$$

Подставим в исходное неравенство:

$$\left(t + \frac{1}{t}\right)^2 \leq \frac{25}{4};$$

$$\left(t + \frac{1}{t} - \frac{5}{2}\right)\left(t + \frac{1}{t} + \frac{5}{2}\right) \leq 0;$$

$$-2 \leq t \leq -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} t \geq -2, \\ t \leq -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} \leq t \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} t \geq \frac{1}{2}, \\ t \leq 2. \end{cases}$$

Подставляем  $t = \frac{10}{5x-21}$

$$\begin{cases} \frac{10}{5x-21} \geq -2, \\ \frac{10}{5x-21} \leq -\frac{1}{2}. \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \frac{10}{5x-21} \geq \frac{1}{2}, \\ \frac{10}{5x-21} \leq 2. \end{cases}$$

Объединим решения первой и второй систем и получим ответ:

$$\text{Ответ: } x \in \left[\frac{1}{5}; \frac{16}{5}\right] \cup \left[\frac{26}{5}; \frac{41}{5}\right].$$

### 2.3. Нестандартные методы решения алгебраических уравнений и неравенств

Нестандартными методами решения алгебраических уравнений и неравенств являются: метод рационализации, учёт ОДЗ (область допустимых значений), использование графиков, метод мажорант (Приложение 3). Рассмотрим на примерах данные методы.

#### 1) Метод рационализации. Пример:

$$\log_{x-4}(x^2 - 1) > 1;$$

Представим в виде, чтобы слева и справа стоял логарифм с основанием  $x - 4$ :

$$\log_{x-4}(x^2 - 1) > \log_{x-4}(x - 4);$$

Равносильное преобразование:

$$\begin{cases} (x - 4 - 1)(x^2 - 1 - (x - 4)) > 0, \\ x^2 - 1 > 0, \\ x - 4 > 0, \\ x - 4 \neq 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - 5)(x^2 - x + 3) > 0, \\ x^2 - 1 > 0, \\ x - 4 > 0, \\ x - 4 \neq 1. \end{cases}$$

Решая данную систему, находим пересечение всех промежутков

**Ответ:**  $(5; +\infty;)$

#### 2) Метод учёт ОДЗ (область допустимых значений). Пример:

$$\log_{5-x}(x + 3) \leq 0$$

В основании логарифма стоит  $(5 - x)$ . Любое неравенство начинается с ОДЗ. Для того, чтобы правильно его записать, вспомним ограничения, накладываемые на любой логарифм  $\log_a b$ :

Тогда в нашем примере ОДЗ будет выглядеть так:

$$\begin{cases} x + 3 > 0, \\ 5 - x > 0, \\ 5 - x \neq 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -3, \\ x < 5, \\ x \neq 4. \end{cases}$$

В итоге ОДЗ:  $x \in (-3; 4) \cup (4; 5)$ .

$$\log_{5-x}(x + 3) \leq \log_{5-x}(5 - x)^0$$

Либо первая система (когда основание логарифма больше единицы):

$$\begin{cases} x + 3 \leq (5 - x)^0, \\ 5 - x > 1. \end{cases}$$

Либо вторая система (когда основание логарифма меньше единицы):

$$\begin{cases} x + 3 \geq (5 - x)^0, \\ 0 < 5 - x < 1. \end{cases}$$

Находим теперь объединение двух систем с учетом ОДЗ:

*Ответ:*  $x \in (-3; -2] \cup (4; 5)$ .

### 3) Метод: Использование графиков.

Пример 1:

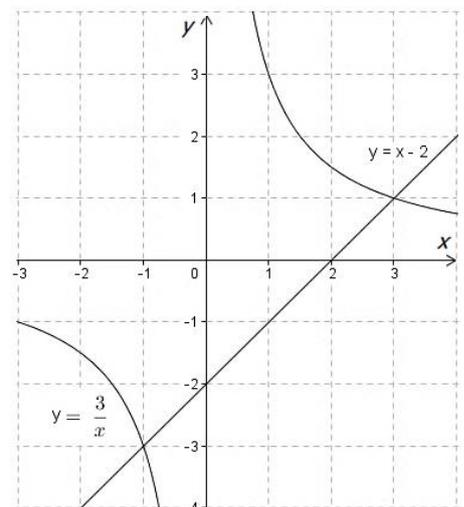
$$\frac{3}{x} - x + 2 = 0$$

Решить уравнение:

Рассмотрим функции и построим графики

функций

$y_1 = \frac{3}{x}$  графиком является гипербола



$y_2 = x - 2$  графиком является прямая

Ответ:  $x_1 = -1$  и  $x_2 = 3$ .

### Пример 2:

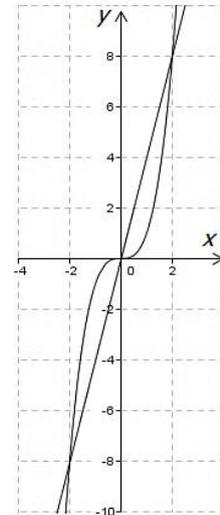
Решить неравенство  $4x < x^3$

$$y_1 = 4x$$

$$y_2 = x^3$$

Ответ:

$$x \in (-2; 0) \cup (2; +\infty).$$



### 4) Метод мажорант. Пример 1:

Решить уравнение:

$$(x - 3)^4 + (x^2 - 2x - 3)^{10} = 0.$$

Оценим левую и правую части уравнения:

$$\begin{cases} (x - 3)^4 \geq 0, \\ (x^2 - 2x - 3)^{10} \geq 0 \end{cases}$$

Так как левая часть уравнения приравнивается к нулю, то равенство возможно только в том случае, если оба слагаемых равны нулю.

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} (x - 3)^4 = 0, \\ (x^2 - 2x - 3)^{10} = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} x = 3, \\ x = 3, x = -1 \end{cases}$$

Выполним проверку:

$x = -1$ :

$$(-1 - 3)^4 + ((-1)^2 - 2 * (-1) - 3)^{10} = 0$$

$$256 + 0 = 0 - \text{неверное равенство, значит}$$

корень  $x = -1$  не подходит

$$x = 3$$

$$(3 - 3)^4 + (3^2 - 2 * 3 - 3)^{10} = 0$$

$0 + 0 = 0$  – верное равенство, значит  $x = 3$  – корень уравнения

Ответ:3

#### **2.4.Нейросеть- как инновация в решении уравнений и неравенств по математике**

В последнее время нейросеть также прочно входит в жизнь учащихся и позволяет решать различные задачи, в том числе и по математике. В 2024 году технологии настолько шагнули вперед, что искусственный интеллект не только пишет текст, но и помогает в любых дисциплинах.

На сегодняшний день решить задание по математике с помощью нейросети - это достаточно удобный способ найти верный ответ. Нейросеть способна выполнять различные вычисления с достаточно высокой скоростью, по сравнению с человеком. То есть при помощи нейросетей можно решать очень сложные задания за считанные секунды. Наиболее известные нейросети для решения математических заданий: MathGPT, 01Математика, ChatInfo, NiceBotGPT бот от Кампус AI и другие.[8][6][4]

#### **2.5.Опрос школьников на предмет проблем в решении уравнений и неравенств**

Для определения потребности школьников по совершенствованию методов решения уравнений и неравенств был проведен опрос среди школьников 9-11 классов. Всего было опрошено 28 человек. Опрос показал, что у 69,23% возникают трудности с решением уравнений и неравенств (Приложение 4).

Было также выявлено, выбор рационального решения и неочевидное решение- эти проблемы чаще всего возникают у школьников при решении уравнений и неравенств.

Более того, в результат опроса показал, что ни один школьник не использует нейросеть для обучения и решения уравнений и неравенств и только 1 человек применяет различные обучающие интернет-ресурсы для решения математических уравнений и неравенств.

Продуктом проекта был выбран онлайн-тренажер и это не случайно, так как при опросе было выявлено, что 85,71% школьникам очень удобно практиковаться именно в формате онлайн- тренажера.

## **2.6.Разработка тренажера «Нестандартные методы решения уравнений и неравенств»**

Для наилучшего восприятия информации и повышения обучаемости школьников был создан информационный продукт-презентация.

**Презентация.** В презентации представлены алгоритмы решения уравнений и неравенств, а также различные ссылки на онлайн-тренажеры для решения уравнений и неравенств (Приложение 5). [5]

**Нейросети.** Рекомендуются также применение нейросетей, которые позволяют обучать школьников и подготавливаться к ЕГЭ по математике. Такой нейросетью является«01Математика».[10]

## **2.7.Нейросеть «01Математика»-как наиболее удобный формат для обучения**

Нейросеть «01Математика»- представляет собой онлайн- систему, которая способна оценить слабые места школьника и предложить ему решение задач с учетом проблемных тем. Заниматься школьник может в любое время, при этом

система самостоятельно регулирует сложность заданий и выдает их школьнику в зависимости от достигаемых результатов. [10]

## **2.8. Апробация продукта**

Созданный продукт был применен на практике среди школьников 9-11 классов. После представления тренажера были предоставлены следующие результаты опроса: все школьники считают, что данный продукт соответствует заявленной теме, все информация, которая представлена в презентации тренажере понятна, данный тренажер является эффективным для всех опрошенных школьников. (Приложение б).

### **III. Заключение**

Изучение новых нестандартных методов решения уравнений и неравенств будет способствовать повышению качества подготовки школьников к экзаменам.

Представленный опрос школьников 9-11 классов показал, что многие испытывают трудности при решении уравнений и неравенств, практически никто не применяет нейросети и интернет-ресурсы для подготовки к экзаменам и решению математических уравнений и неравенств. Большинство опрошенных считают, что тренажер-презентация был бы полезен для решения проблемы с уравнениями и неравенствами. В ходе проекта был создан тренажер, который представляет собой объединение теории и практики в одну презентацию. В презентации представлены: 1) алгоритмы решения уравнений и неравенств; 2) ссылки на онлайн-тренажёры для различных методов; 3) ссылка и сущность нейросети –«01Математика». Разработанный тренажер был применен на практике среди школьников 9-11 классов и показал свою высокую эффективность при решении уравнений и неравенств.

#### IV.Список литературы

- 1.Олехник С.Н., Потапов М.К., Пасиченко П.И. Уравнения и неравенства. Нестандартные методы решения: справочник. 1997. – 219 с.
- 2.Решить задачу нейросетью [Электронная версия][Ресурс: <https://chatinfo.ru/reshit-zadachu-online?ysclid=lrxqdlp6i7389789043>]
- 3.Решить задачу онлайн нейросетью | NiceBot[Электронная версия][Ресурс: <https://nicebot.ru/reshit-zadachu-neirosetiy?ysclid=lrxqrk6nq0198848471>]
- 4.Решить задачу онлайн [нейросеть] | ChatInfo[Электронная версия][Ресурс: <https://chatinfo.ru/reshit-zadachu-online?ysclid=lrxqdlp6i7389789043>]
- 5.Ссылки на ресурсы для дистанционного обучения по математике в 10-11 классах[Электронная версия][Ресурс: <https://anna-kobets.ru/index.php/metodicheskie-materialy/245-ssylki-na-resursy-dlya-distantsionnogo-obucheniya-po-matematike-v-10-11-klassakh?ysclid=lrxnci2b84129205908>]
- 6.Искусственный интеллект в образовании: перспективы и примеры использования [Электронная версия][Ресурс: <https://media.foxford.ru/articles/neyroseti-v-obrazovanii?ysclid=lrxwzbtq5e66662795>]
- 7.Колягин Ю. М., Ткачева М. В., Федорова Н. Е., Шабунин М. И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: базовый и углубленный уровни. 7-е изд. М.: Просвещение, 2019. – 384 с.
- 8.Нейросеть для решения задач по математике онлайн - GPT бот от Кампус АИ [Электронная версия][Ресурс: <https://kampus.ai/gpt-bot/neiroset-dlia-reseniia-zadac-po-matematike/>]
9. Основные понятия теории уравнений и неравенств. [Электронная версия][Ресурс: <https://multiurok.ru/files/1-osnovnyie-poniatiia-tieorii-uravnienii-i-neravi.html?ysclid=ls25b56gwp772733918>];

10.01 Математика - обучающая онлайн-система по математике  
[Электронная версия][Ресурс: <https://01math.com/?ysclid=ls255nexj2186424592>].

## **Приложения**